

Публикации

В. М. ТИХОМИРОВ

К 100-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ П. С. УРЫСОНА

В этом году исполнилось сто лет со дня рождения Павла Самуиловича Урысона (1898–1924). Его жизнь трагически оборвалась, когда ему было всего двадцать шесть лет, но имя его известно каждому математику — столь фундаментальным явился его вклад в нашу науку.

П. С. Урысон родился 3 февраля 1898 года в Одессе. Он рано лишился матери. Заботу о мальчике, наряду с отцом, взяла на себя его сестра — Лина Самойловна Нейман, в будущем — известная детская писательница. В 1910 г. мальчик вместе с отцом и сестрой переехали в Москву и, сменив за два года две квартиры, окончательно поселились в Старопименовском переулке (д. 8, кв. 3 и 5).

В Москве Урысон поступил в гимназию и блестяще окончил ее. Еще будучи школьником, он начал работать в Университете Шанявского под руководством выдающегося русского физика П. П. Лазарева. Павел выполнил эксперименталь-



Павлик и Лина. Одесса, 1910 г.

ное исследование по радиации рентгеновских лучей — он мечтал стать физиком. Но затем интерес к математике начал перевешивать, и юноша решил поступить на физико-математический факультет Московского университета, чтобы стать математиком. Ввиду существовавшей в то время процентной нормы приема евреев в высшие учебные заведения, Урысону в поступлении в Университет было отказано. Тогда Л. С. Нейман подала прошение министру народного просвещения, и только после этого Павел был принят в Университет. Это было в 1915 г.

Он примкнул к школе Николая Николаевича Лузина. (За год до этого учениками Лузина стали П. С. Александров, Д. Е. Меньшов, М. Я. Суслин и А. Я. Хинчин.) Окончив Университет, Урысон поступил в аспирантуру к Лузину, которую закончил в 1921 г. Тогда же началось его сотрудничество с П. С. Александровым. (ПСы — так называли Павла Самуиловича Урысона и Павла Сергеевича Александрова в Университете — исчисляли начало своей дружбы с 30 марта 1921 г.)

К моменту окончания аспирантуры Урысон выполнил несколько ярких работ. Им был построен пример нерегулярной области в трехмерном пространстве (области, где решение задачи Дирихле терпит разрыв). Это — работа по теории дифференциальных уравнений, где построение основывалось на физической интуиции. (Впоследствии стало известно, что чуть раньше сходный пример построил Лебег, но в Москве его работа была недоступна.) Урысон написал первую в России работу по теории нелинейных интегральных операторов (за ними закрепилось название *операторов Урысона*), относящуюся по сути дела к еще не родившемуся функциональному анализу: работа была «востребована» лишь через тридцать лет. Павлу Самуиловичу принадлежит замечательная теорема, относящаяся к выпуклой геометрии: он доказал, что шар является телом максимального объема при фиксированной средней ширине.

Но главным делом жизни П. С. Урысона стало создание (совместно с П. С. Александровым) топологической школы в нашей стране. (С необычайной щедростью к своему другу, отодвинув себя в тень, Павел Сергеевич Александров написал: «Основное место П. С. Урысона в истории советской математики тем и определяется, что именно он является создателем советской топологии».)

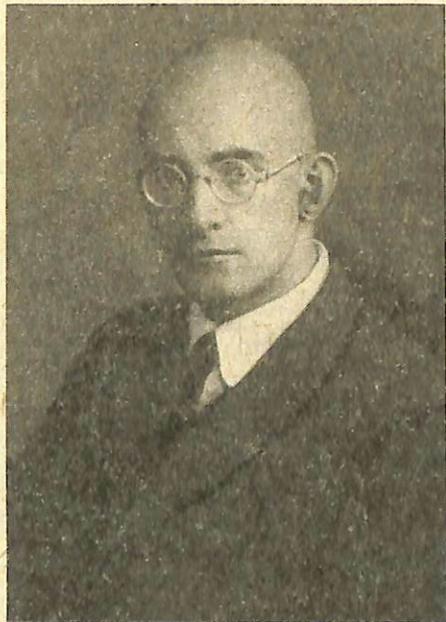
Именно в топологии Урысон получил наиболее выдающиеся результаты, результаты на все времена. Урысон первым доказал теоремы метризации и построил универсальное метрическое пространство. Ниже читатель найдет письмо Хаусдорфа к Александрову и Урысону (отправленное 11 августа 1924 года, за шесть дней до гибели Урысона), посвященное этим двум темам. Хаусдорф — маститый немецкий математик, создатель (наряду с французским математиком Фреше) общей топологии. Из этого письма можно понять, что Урысон вышел на самые передовые рубежи в этой области, решив две фундаментальные, основополагающие проблемы. Но важнейшим вкладом Урысона в топологию явилось создание *теории размерности*, решение проблемы, поставленной Пуанкаре.

Работы Урысона собраны в двух томах («Труды по топологии и другим областям математики». Т. 1, 2. М.—Л., 1951; там же имеются подробные комментарии). О творчестве его многократно и с блеском писал П. С. Александров. (Необходимо сказать, что сам Павел Самуилович написал лишь малую часть того, что вошло в собрание его сочинений. Большую часть оформил Павел Сергеевич — по оставшимся письменным наброскам Урысона и по воспоминаниям об их математических беседах. Поразительный пример благородства!)

Лина Самойловна Нейман посвятила своему любимому брату книгу «Радость открытия» (М., 1972). Помимо ее воспоминаний и выдержек из дневника Урысона, в книге содержатся воспоминания и обзоры творчества Урысона, написанные

П. С. Александровым, А. Н. Колмогоровым, Л. А. Люстерником, В. А. Ефремовичем и М. А. Красносельским. Я уверен, что читатель получит большое удовольствие, прочитав эту книжку. Отрывки из дневника Урысона, приводимые в этой книге, помимо того, что дают впечатление о его личности, являются выразительным историческим документом той эпохи.

Павел Самуилович был человеком редкой душевной красоты. Я много слышал об этом и от Павла Сергеевича Александрова, и от Андрея Николаевича Колмогорова, и от Лазаря Ароновича Люстерника, и от других людей, кому выпало счастье быть знакомым с П. С. Урысоном. Среди многих его привлекательных черт, помимо доброты, отзывчивости, душевной щедрости, все отмечали исключительную разносторонность интересов и поразительную целеустремленность. Андрей Николаевич Колмогоров в беседах со мной подчеркивал еще одну очень импонирующую ему черту характера Павла Самуиловича — жизнерадостность, неумную жажду жизни.



П. С. Александров. 1920-е гг.

Счастливым уверенностью, что в жизни все кончается хорошо, Андрей Николаевич объяснял трагическую гибель Урысона. Павел Самуилович, полагая, что знает тайну купания в штормовую погоду, бесстрашно бросился в беспокойное море.

Как-то раз и Павел Сергеевич Александров завел со мной разговор о последних днях Урысона. У Павла Самуиловича была гимназическая подруга (выведенная в книге Л. С. Нейман под именем Веры). В дневнике Урысона есть такие слова: «Единственная любовь моя, любовь в истинном значении этого слова *Verwandshaft* (родство — нем.) — общность интересов, а не *la beauté* (красота, физическая привлекательность — фр.) была и будет Вера». «Юношеская любовь вспыхнула тогда, когда ни о каком браке, — сказал Павел Сергеевич с сильным ударением на последнем слове, — речи быть не могло». После революции девушка эмигрировала со свои-

ми родителями во Францию, вышла замуж. И вдруг Урысон узнает, что она вместе с мужем приехала на отдых в курортное местечко в шести километрах от Ба, где жили друзья. 16 августа Урысон пошел встретиться со своей детской любовью. Он вернулся очень поздно и был молчалив и задумчив. Какие планы обдумывал он, осталось неизвестным: на следующий день он погиб.

Мне посчастливилось познакомиться с двумя людьми, судьбы которых связаны с жизнью Урысона. Это — Лео Абрамович Мазель (племянник Урысона, встречавшийся с ним. Он родился в 1907 г.; ныне — известный музыковед, профессор Московской консерватории, доктор искусствоведения, Заслуженный деятель искусств России) и Анна Пантелеймоновна Порецкая, вдова М. С. Липецкера, другого племянника П. С. Урысона. А. П. Порецкая и поныне живет в той самой пятой квар-

тире, где жили Павел и Лина Урысон. После смерти Павла там поселился Павел Сергеевич Александров, а впоследствии и Андрей Николаевич Колмогоров. (Напрашивается мысль поместить на этом доме или у двери пятой квартиры мемориальную доску, но сейчас это непросто сделать.)

Анна Пантелеймоновна передала в дар Академии наук архив Урысона. Два документа из архива публикуются в этом номере журнала: письмо Д. Гильберта и письмо Ф. Хаусдорфа. Здесь же опубликованы и воспоминания Л. А. Мазеля. (Вот маленький штрих о нашем бурном веке — в связи с этими воспоминаниями. Я спросил Лео Абрамовича: «А где помещалась гимназия Поповой, в которой учился Павел Урысон?» Ответ был такой: «На Знаменке, недалеко от нынешнего Министерства обороны. Я сам там учился. Там учились тогда дети всех вождей». Это удивило меня: по моим сведениям, «дети вождей» (дочери Сталина и Молотова, сыновья Микояна и Булганина и другие) учились в Старопименовском, в 175 школе, напротив окон квартиры, где некогда жил Урысон. «Дети каких вождей?» — спросил я недоверчиво. «Сыновья Троцкого, сын Каменева...» — был ответ.) Лео Абрамович передал несколько фотографий из семейного архива, которые также печатаются здесь.

Общение с А. П. Порецкой и Л. А. Мазелем было драгоценным для меня. Я выражаю им самую сердечную благодарность за радость этого общения и за память, которую они сберегли о нашем замечательном соотечественнике — Павле Самуиловиче Урысоне. Я хочу выразить мою искреннюю признательность С. А. Филиппову за снимки квартиры Урысонов.



Комната в квартире № 5. Фото С. А. Филиппова

ДВА ПИСЬМА П. С. УРЫСОНУ

Письмо Д. Гильберта

В статье «Вольтер» Пушкин писал: «Всякая строчка великого писателя становится драгоценной для потомства. Мы с любопытством рассматриваем автографы, хотя бы они были не что иное, как отрывок из расходной тетради или записка портному об отсрочке платежа. Нас невольно поражает мысль, что рука, начертывавшая эти смиренные цифры, эти незначащие слова, тем же почерком и, может быть, тем же пером написала и великие творения, предмет наших изучений и восторгов».

Нечто сходное я испытал однажды, когда, просматривая в доме А. П. Порецкой архив Урысона, наткнулся на конверт, на обороте которого было написано:

**Professor Hilbert
Göttingen**

Конечно, я предвкушал обнаружить великое творение. Но не был слишком раздосадован, когда увидел, что в письме было начертано следующее:

Göttingen 7 Mai 1924.

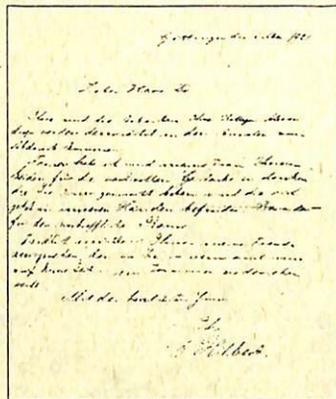
Lieber Herr Dr.

Ihre und die Arbeiten Ihres Kollegen Alexandroff werden demnächst in den Annalen zum Abdruck kommen.

Ferner habe ich und meine Frau Ihnen beiden für die wertvollen Geschenke zu danken, die Sie mir gemacht haben und die sich jetzt in unseren Händen befinden. Besonders für den vortrefflichen Kaviar.

Endlich möchte ich Ihnen meine Freude aussprechen, daß wir Sie — wenn auch nur auf kurze Zeit — im Sommer wiedersehen werden.

Mit den herzlichsten Grüssen
Ihr D. Hilbert



Вот перевод этого письма:

Геттинген 7 мая 1924.

Дорогой г-н Доктор,

Ваши работы и работы Вашего коллеги Александрова будут в ближайшее время опубликованы в «Анналах».

Кроме того, я и моя жена, мы благодарим Вас за те драгоценные дары, которые Вы мне принесли и которые сейчас находятся в наших руках. Особенно — за прекрасную икру.

Наконец, я хочу выразить свою радость, что я Вас, пусть даже на короткое время, смогу увидеть следующим летом.

С сердечным приветом
Ваш Д. Гильберт

Письмо Ф. Хаусдорфа П. С. Урысону и П. С. Александрову

На конверте — адреса:

Dr. Paul Alexandroff
Dr. Paul Urysohn
Bourg de Batz
Pension «Le Val Renaud»

Обратный адрес:

Prof. Dr. F. Hausdorff
Bonn, Hindenburgstrasse, 61

11 августа 1924

Уважаемые господа Неразделимые (Herren Inseparables)!

Большое спасибо за ваше письмо. Я очень рад, что вы своим посещением предоставили мне возможность (о которой я давно мечтал) познакомиться с вами лично и что вы хорошо себя чувствовали в моем доме. Надеюсь, что вскоре состоится наше новое свидание — в Инсбруке или снова в Бонне.

Ваше сообщение об универсальном сепарабельном метрическом пространстве, построенном господином Урысоном, очень меня заинтересовало и, коль скоро вы не написали об этом достаточно подробно, подействовало на меня как стимул самому найти такое пространство.

В качестве элементов я беру конечные метрические пространства, точнее матрицы

$$a_n = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix},$$

где a_{ik} должны удовлетворять условиям, налагаемым на расстояния ρ_{ik} между n точками, т. е. $a_{ij} = 0$, $a_{ik} = a_{ki} > 0$ ($i \neq k$, но можно предположить, что $a_{ik} \geq 0$), надо потребовать еще, чтобы $a_{ij} + a_{jk} \geq a_{ik}$. Расстояние $\alpha_m \alpha_n^*$, если $m < n$ и

$$a_m = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1m} \\ a_{m1} & \dots & a_{mm} \end{pmatrix}$$

является частью α_n , определяется, как a_{mn} . Расстояние от матрицы α_m до β_n определяется индуктивно (от $m+n < s$ к $m+n = s$) посредством формулы

1) $\alpha_m \beta_n = \max_{\mu < m, \nu < n} |\alpha_m \alpha_\mu - \beta_n \alpha_\nu|, |\alpha_m \beta_\nu - \beta_n \alpha_\nu|$ ($\alpha_1 \beta_1 = 0$) (это равенство верно и для $\beta_n = \alpha_n$).

Аксиома треугольника $\alpha_m \beta_n + \beta_n \gamma_p \geq \alpha_m \gamma_p$ доказывается по индукции (заключение от $m+n+p < s$ к $m+n+p = s$), доказывается также, что $\alpha_m \beta_n$ есть непрерывная функция a_{ik}, b_{jk} и что во множестве U этих матриц имеется счетное плотное множество, например, матрицы с рациональными a_{ik} . Возникающее при пополнении пространство V и будет универсальным для всех сепарабельных пространств. Само же U есть универсальное для всех счетных пространств, так как для каждого из них содержит изометрическое подмножество $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \dots$. Обладает ли V свойством однородности**, я еще не проверил.

Если моя конструкция (которую я нашел вчера), как я надеюсь, верна, мне бы очень хотелось познакомиться с вашей. Мое пространство, кстати, кажется очень странным: ведь неидентичные матрицы могут оказаться одними и теми же, как точки из U , например, может быть $\alpha_3 = \beta_2$, (т. е. $\alpha_3 \beta_2 = 0$), если только $\alpha_1 \alpha_3 + \alpha_2 \alpha_3 = \alpha_1 \alpha_2$ ***.

Я еще не послал Серпинскому свое доказательство теоремы о метризации компактных пространств, поскольку через несколько дней я доказал предложение господина Урысона (весьма сходно с тем методом, о котором вы сообщили в

* Здесь и далее xu обозначает расстояние между x и y .

** Речь идет, по-видимому, о топологической однородности.

*** Не совсем понятное место.

вашем письме от 21. V) о метризуемости *нормальных* пространств, удовлетворяющих второй аксиоме счетности. Если я вместо $A \subset B$ или $A_\alpha \subset B_i$ (замыкание A содержится во внутренности B) буду кратко писать $A < B$, то предположение нормальности состоит в том, что между двумя такими множествами всегда можно расположить открытое множество G (интерполировать): $A < G < B$. Потом можно предположить, что система окрестностей пространства $E \{U_1, U_2, \dots\}$ позволяет интерполяцию: для $U_p < U_q$ существует U_r с $U_p < U_r < U_q$. Для двух точек $x \neq y$ непременно найдутся окрестности, такие, что

$$x \in U_p, U_p < U_q, y \in E \setminus U_q.$$

Это отношение обозначим (x, p, q, y) . Потом я определяю $xu = \max(1/(p+q))$ для (x, p, q, y) или (y, p, q, x) .

Это есть «voisinage»*: из $x_n y_n \rightarrow 0$ $y_n z_n \rightarrow 0$ следует, что $x_n z_n \rightarrow 0$. Если для бесконечного числа n выполнено неравенство $x_n z_n \geq \delta > 0$, существовали бы числа p, q такие, что отношения (x_n, p, q, z_n) или (z_n, p, q, x_n) выполнялись бы бесконечное число раз. Тогда интерполируем дважды: $U_p < U_{q_1} < U_{p_1} < U_q$, при этом хотя бы одно из соотношений $y_n \in U_{p_1}$, $y_n \in E \setminus U_{q_1}$, т. е. $y_n z_n \geq (1/(p_1+q))$ или $x_n y_n \geq (1/(p+q))$ выполнено. Таким же простым является доказательство, что «voisinage» дает пространство, гомеоморфное E .

Я тщетно пытался сделать дальнейшие обобщения. Сейчас я хочу послать Серпинскому короткую заметку, может быть, только о втором предложении, которое содержит в себе первое, но может быть, об обоих.

Но что мне при этом сказать о вашем доказательстве второго предложения, дорогой господин Урысон? Могу ли я считать, что оно сходно с доказательством первого предложения? Было бы очень любезно с вашей стороны, если бы вы смогли мне скоро ответить. Не могли бы вы назвать сейчас номер тома *Math. Ann.*, в котором выйдет ваша работа «О метризации компактных топологических пространств»?

Надеюсь, вы хорошо отдыхаете. В конце этой недели мы хотим поехать в Бад Наухайм, но вы можете и дальше писать в Бонн, поскольку я позабочусь о пересылке писем. С сердечными приветами от меня и моих вам обоим.

Преданный вам
Хаусдорф

Это письмо было послано Хаусдорфом в Ба 11 августа 1924 г. — за шесть дней до гибели Урысона. Почта в те времена ходила быстро, и потому можно думать, что Урысон ознакомился с его содержанием.

Автор письма — Феликс Хаусдорф (1868–1942) — один из крупнейших математиков того времени, в момент написания письма — профессор Боннского университета. Он имел значительные достижения во многих областях математики: теории множеств, теории чисел, топологии, функциональном анализе.

Одновременно с П. С. Александровым (в 1916 г.) доказал континуум-гипотезу для борелевских множеств, был одним из родоначальников общей топологии. (Это послужило поводом для близкого знакомства с Александровым и Урысоном.) Сейчас математики постоянно оперируют терминами, в которых содержится имя Хаусдорфа: аксиома, мера, метод суммирования, операция, пространство, размерность Хаусдорфа, хаусдорфово расстояние, формула Кемпбелла-Хаусдорфа, неравенство Хаусдорфа—Юнга и т. д. Хаусдорф писал художественные произведения и печатал их под псевдонимом Поль Монтре.

Он покончил с собой, узнав, что будет отправлен в концентрационный лагерь.

* В современной французской терминологии слово *voisinage* означает «окрестность». Здесь оно употреблено в смысле оценки близости точек.

Обсуждаемые в письме проблемы метризации и построения универсального пространства — одни из наиболее фундаментальных в общей топологии. Их решение было опубликовано в статьях Урысона: «Über die Metrisation der kompakten topologischen Räume». Math. Ann. 92 (1924), 302–305; «Sur un espace metrique universel». C. r. Acad. sci., 180 (1925), 803–806.

Я благодарю профессора В. В. Филиппова за полезные консультации.

Перевод письма Хаусдорфа был осуществлен (с трудно читаемого оригинала) Р. Хильдебрантом. Считаю своим долгом выразить ему признательность.

Публикация и комментарии В. М. Тихомирова

Л. А. МАЗЕЛЬ

ИЗ ВОСПОМИНАНИЙ О П. С. УРЫСОНЕ

Погибший в 26 лет Павел Самуилович Урысон (вся наша большая родня звала его просто Павлом) приходился мне двоюродным дядей: его отец и отец моей матери были братьями-близнецами. Однако по возрасту Павел принадлежал скорее моему поколению, нежели предыдущему: был всего на 9 лет старше меня и на 24 года, 20 и 14 лет моложе трех своих сестер (братьев у него не было).

С детства помню Павла, всегда оживленного, с открытым улыбающимся лицом. Иногда он задавал разного рода вопросы-задачи. Так, когда мне было лет шесть-семь, он спросил о разнице между ходьбой и бегом. Я ответил: бег быстрее. Павел же сказал, что высокий мужчина, быстро идущий широкими шагами, передвигается скорее, чем бегущий маленький ребенок. Я стал в тупик. И тогда Павел дал исчерпывающий ответ: при ходьбе есть моменты, когда обе ноги одновременно касаются земли, и нет моментов, когда они одновременно находятся в воздухе; наоборот, при беге есть моменты, когда обе ноги находятся в воздухе, и нет моментов, когда они одновременно на земле. Это произвело на меня сильное впечатление.

Вспоминаю, как я впервые увидел и «другого» Павла. Это было летом 1915 г. на даче под Москвой, в Перловке. Я поднимался по небольшой лестнице из сада на веранду и увидел лицо Павла без улыбки, глубоко сосредоточенное, озабоченное. Через секунду-другую заметил сидящего против Павла моего деда, а между ними столик с доской и фигурами. Я был заинтригован и попросил научить меня играть в шахматы.

Через пару лет я играл не по возрасту хорошо, затем приобрел известный в ту пору самоучитель Шифферса, выучил дебюты, к 11–12 годам сравнялся с Павлом и стал его постоянным партнером. Удивляло меня, что такой умница играет неважно, не совершенствуется, не изучает теории (вероятно, мы едва дотягивали до тогдашней второй категории). Видимо, шахматы были для Павла лишь разрядкой после чего-то серьезного. Помню его телефонный звонок: «Только что я сдал магистерские экзамены, приходи играть в шахматы». (Мы жили недалеко друг от друга.)

Гораздо больше, чем шахматы, нас сближала музыка. Павел ее страстно любил, не пропускал ни одного сколько-нибудь значительного концерта. Я же готовился к профессии музыканта. Часто мы бывали на концертах вместе.